

## Modello matematico per lo studio di caduta massi lungo la sezione di un pendio discretizzato con tratti lineari

Laboratorio di Fisica Terrestre  
IST - SUPSI, Lugano-Trevano  
pamini@die.supsi.ch

## Temi trattati

1. Presentazione teorica del modello SASS
2. Esempi di simulazione
3. Filmato di caduta massi con prove sperimentali
4. Dati per la simulazione mediante il modello SASS
5. Conclusione

# Presentazione teorica del modello SASS

- Sviluppato al LFT negli anni 80 da Dario Bozzolo e Renato Pamini
- Costantemente aggiornato su piattaforme Open VMS (AXP)
- Simula il masso con un ellissoide avente tre differenti assi (a,b,c)
- Descrive fisicamente 4 fenomeni:  
**scivolamento, rotolamento,  
salto, rimbalzo**

## Scivolamento

- Normalmente lo scivolamento si verifica nella fase iniziale e finale del moto
- La forza d'attrito è proporzionale alla forza normale:  $F_A = \mu_s \cdot N$
- Se  $E_c < \Delta U_g - L_A$  il masso si arresta lungo il tratto considerato

## Rotolamento

- Successione di salti e rimbalzi o rotolamento con scivolamento del punto di contatto
- Può essere simulato come uno scivolamento ma con un coefficiente inferiore ( $\mu_r < \mu_s$ )
- In questa fase il masso acquista energia di rotazione

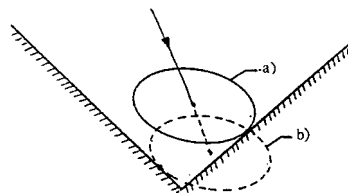
## Salto

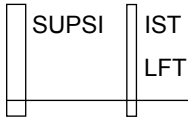
- La resistenza dell'aria è pressoché trascurabile (~ 2% del peso)
- La traiettoria di volo è quindi una parabola
- Il programma SASS calcola il punto d'impatto del baricentro del masso con il pendio, la velocità, la frequenza di rotazione e l'energia del masso

## Punto d'impatto

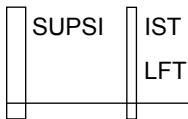
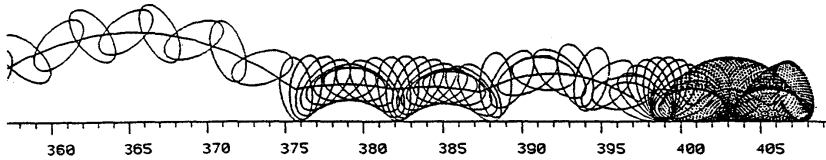
- Il modello MASSI (versione modificata del SASS), descritto nella dissertazione di Bozzolo, calcola l'esatto punto d'impatto dell'ellissoide

- MASSI
- SASS





## Sequenza di salti e rimbalzi calcolata con modello MASSI



## Rimbalzo

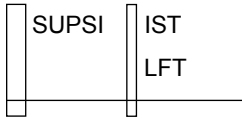
- E' la fase più difficile da trattare
- Sono state fatte 2 ipotesi:
  - *zona d'urto puntiforme*
  - *l'asse orizzontale passante per il punto di contatto si comporta come asse momentaneo di rotazione*
- Ne consegue che il momento della quantità di moto rispetto a tale punto si conserva

## Equazioni per il rimbalzo

- $I \cdot \omega + y \cdot v_x + x \cdot v_y = I \cdot \omega_0 + y \cdot v_{0x} + x \cdot v_{0y}$
- $v_x = y \cdot \omega$
- Solo 2 eq. per 3 incognite ( $v_x$ ,  $v_y$ ,  $\omega$ )
- Si introduce un coefficiente di restituzione per l'energia totale:
 
$$E = \eta \cdot E_0$$
- Il programma calcola quindi il valore di  $v_y$  e poi gli altri ( $v_x$  e  $\omega$ )

## Urto anelastico

- Si calcola il valore minimo di  $\eta$  affinché il momento della quantità di moto angolare si conservi
- Si assume per il calcolo  $\eta \geq \eta_{\min}$
- Se la componente verticale della velocità del masso dopo l'impatto dovesse essere negativa, il masso esegue un doppio rimbalzo



## Posizione del masso all'impatto

- La posizione relativa masso-pendio:
  - Viene assunta quella del masso al momento dell'intersezione del baricentro con il pendio
- Durante il volo si tiene conto della rotazione effettiva del masso
- La pendenza locale del tratto d'impatto è scelta casualmente con probabilità uniforme
 
$$p(1 - (\frac{\Delta p}{p})_{\min}) \leq p' \leq p(1 + (\frac{\Delta p}{p})_{\max})$$



## Urto su pendio soffice

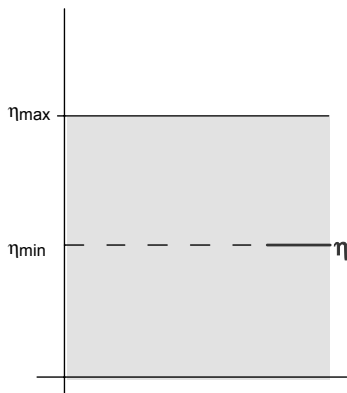
- Non vale più l'ipotesi dell'urto puntiforme
- Ne consegue che il momento della quantità di moto non si conserva
- Si introduce il coefficiente di restituzione del momento della quantità di moto  $\varepsilon$  analogo a quello per l'energia
- $\varepsilon$  e  $\eta$  sono correlati

## Urto su pendio soffice

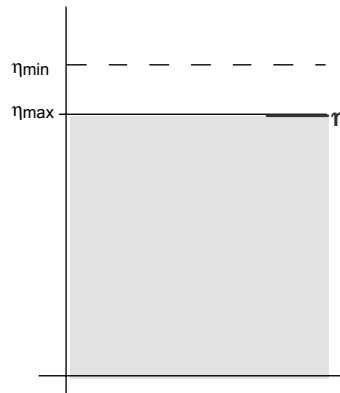
- Per descrivere questa situazione si introduce per ogni tratto di pendio un valore  $\eta_{\max}$  per l'energia
- Per il calcolo si assume poi  $\eta = \text{MIN}(\eta_{\min}, \eta_{\max})$
- Se  $\eta = \eta_{\max}$  si ha un contatto con deformazione

## Scelta del coefficiente $\eta$

Contatto senza deformazione



Contatto con deformazione



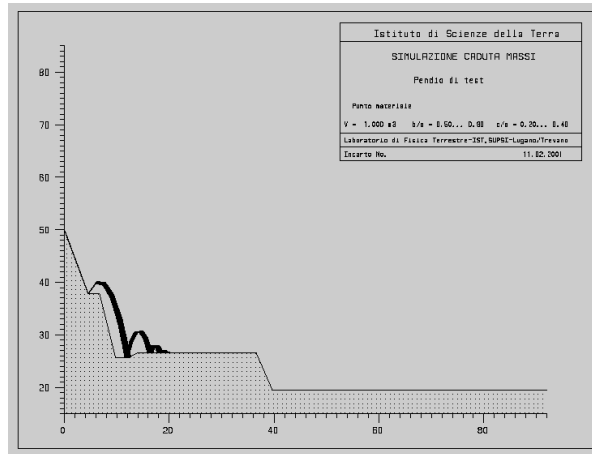


# Esempi di simulazione

## Esempi di simulazione

- Simulazione mediante il modello del punto materiale
- Simulazione con corpo sferico
  - elastico
  - anelastico
- Urti di massi su roccia
- Urti di massi su ripiena
- Simulazione su pendio reale
- Simulazione di una rete

# Simulazione con punto materiale

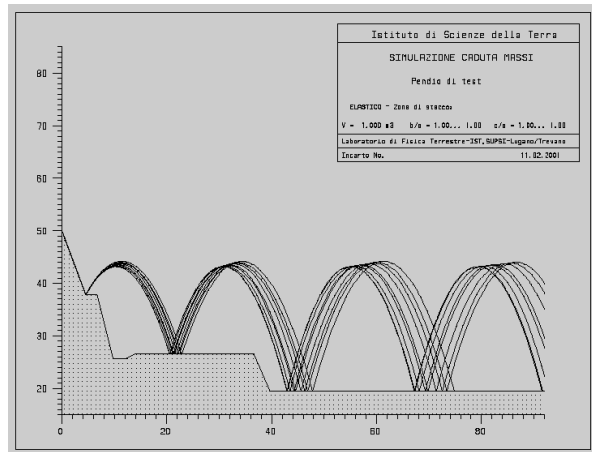


Marzo 2002

Ing. Renato PAMINI

19

# Urto elastico di una sfera

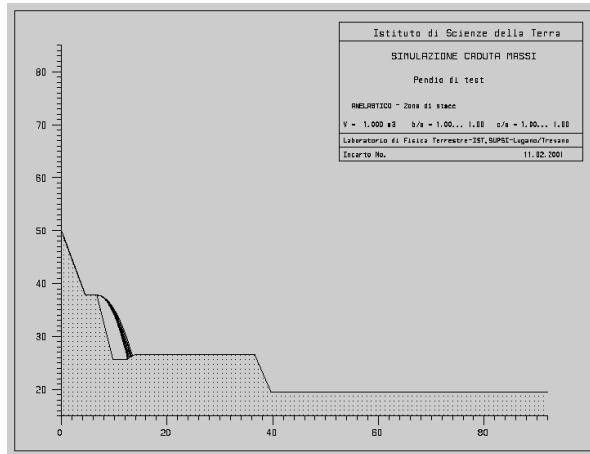


Marzo 2002

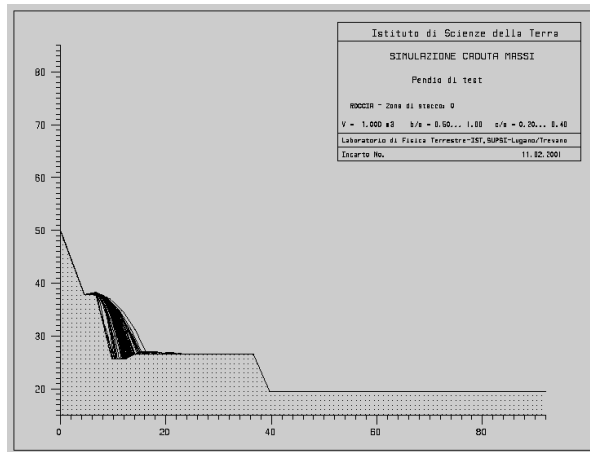
Ing. Renato PAMINI

20

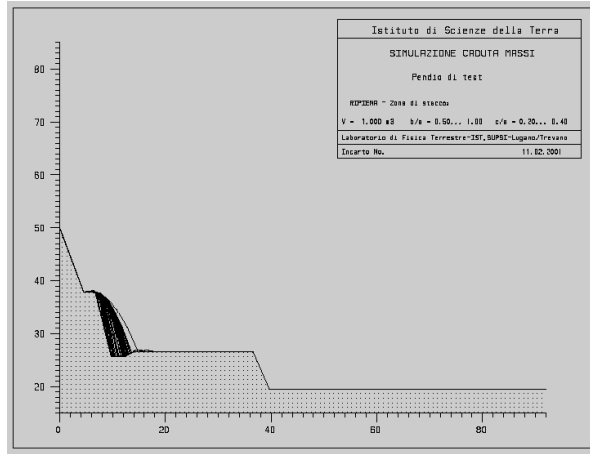
# Urto anelastico di una sfera



# Urti di massi su roccia



# Urti di masse su ripiena

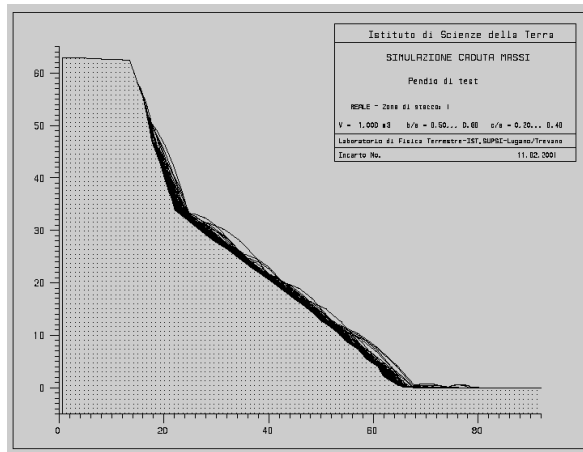


Marzo 2002

Ing. Renato PAMINI

23

# Simulazione su pendio reale

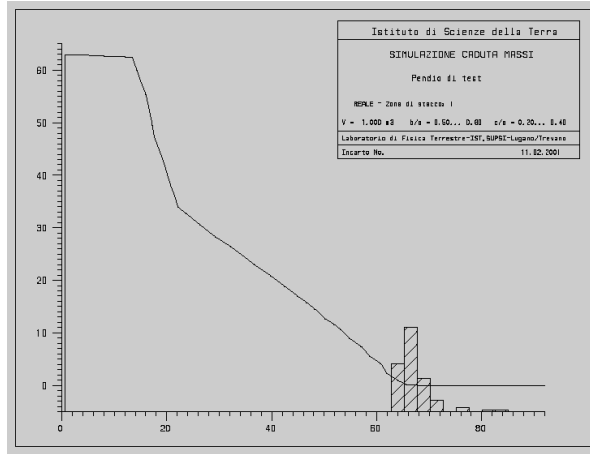


Marzo 2002

Ing. Renato PAMINI

24

# Intogrammi punti di arresto

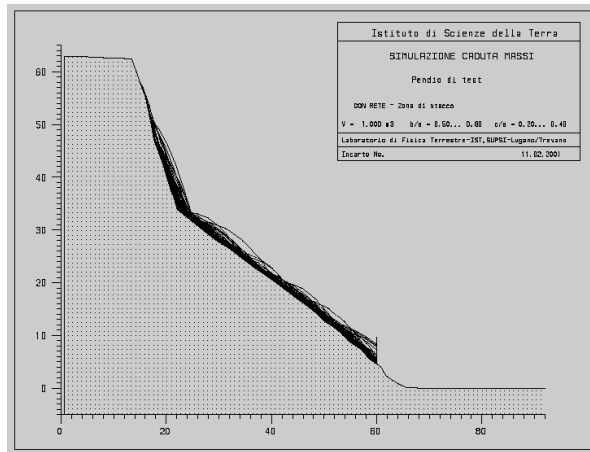


Marzo 2002

Ing. Renato PAMINI

25

# Simulazione di una rete

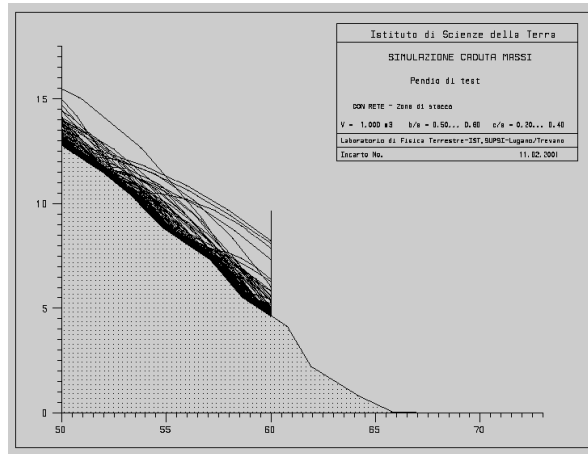


Marzo 2002

Ing. Renato PAMINI

26

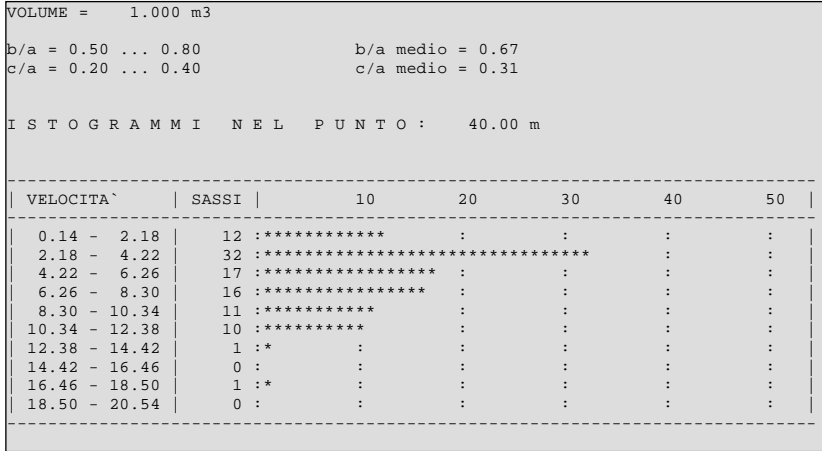
## Ingrandimento zona rete



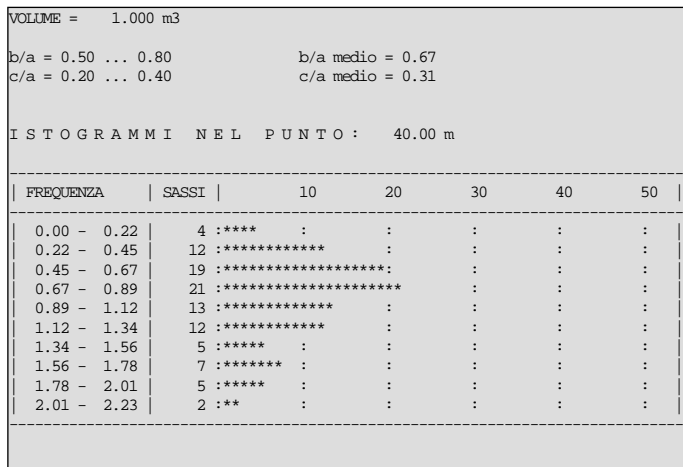
## Visualizzazioni

- Il programma SASS fornisce, oltre alle rappresentazioni grafiche, le seguenti informazioni:
  - istogrammi delle velocità
  - istogrammi delle frequenze di rotazione
  - istogrammi delle altezze di volo
  - istogrammi delle energie
  - tabelle con dati cinematici dettagliati
  - tabelle con i valori delle energie

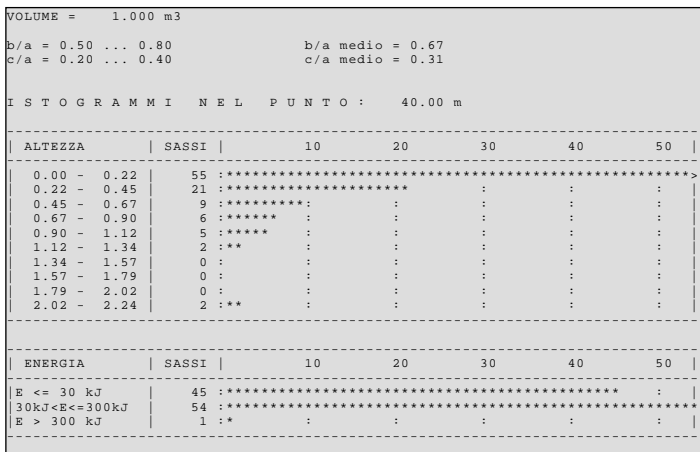
# Istogramma delle velocità



# Istogramma delle frequenze



# Istogramma delle altezze e dell'energia



# Tabella dei valori cinematici

T I T O L O : REALE - Zona di stacco: 14..22 m

VOLUME = 1.000 m3  
 b/a = 0.50 ... 0.80      c/a = 0.20 ... 0.40

P U N T O   D I   O S S E R V A Z I O N E :   40.00 m

SASSO	VX	VY	V	F	DH	b/a	c/a
1	2.550	-1.980	3.230	0.590	0.000	0.657	0.350
2	4.210	-2.950	5.140	0.990	0.180	0.736	0.392
3	1.060	-1.410	1.760	0.220	0.000	0.708	0.300
4	5.500	-3.630	6.590	1.080	0.340	0.731	0.225
5	7.300	-7.630	10.560	1.390	0.220	0.743	0.350
6	2.640	-3.320	4.240	0.560	0.060	0.561	0.294
7	3.140	-2.340	3.920	0.700	0.000	0.797	0.341
8	3.800	-4.240	5.700	0.780	0.350	0.598	0.319
9	2.780	-2.120	3.500	0.600	0.000	0.691	0.291
10	3.420	-2.520	4.250	0.730	0.000	0.783	0.295
11	1.030	-0.780	1.290	0.250		0.604	0.360
12	2.980	-1.630	3.400	0.660	0.160	0.709	0.393
13	9.400	-4.400	10.380	1.670	1.120	0.658	0.296
14	5.520	-3.840	6.730	1.340	0.630	0.548	0.324
15	7.960	-7.140	10.690	1.580	2.240	0.584	0.298
16	7.300	-4.700	8.680	1.860	0.340	0.609	0.356
17	5.470	-3.230	6.350	1.310	0.330	0.626	0.299
18	2.970	-2.240	3.720	0.670	0.000	0.554	0.326
19	5.260	-3.470	6.300	1.020	0.880	0.550	0.263
20	6.120	-4.640	7.680	1.350	0.510	0.616	0.296



# Tabella con valori energia

T I T O L O : REALE - Zona di stacco: 14..22 m

VOLUME = 1.000 m<sup>3</sup>      Densita' massa = 2600.0 kg/m<sup>3</sup>

b/a = 0.50 ... 0.80      c/a = 0.20 ... 0.40

P U N T O D I O S S E R V A Z I O N E : 40.00 m

SASSO	V m/s	F Hz	DH m	b/a	c/a	E cin kJ	E rot kJ	E tot kJ
1	3.2	0.6	0.000	0.657	0.350	13.6	5.2	18.8
2	5.1	1.0	0.180	0.736	0.392	34.3	13.7	48.0
3	1.8	0.2	0.000	0.708	0.300	4.0	0.8	4.8
4	6.6	1.1	0.340	0.731	0.225	56.5	23.5	80.0
5	10.6	1.4	0.220	0.743	0.350	145.0	29.1	174.0
6	4.2	0.6	0.060	0.561	0.294	23.4	5.4	28.8
7	3.9	0.7	0.000	0.797	0.341	20.0	7.5	27.5
8	5.7	0.8	0.350	0.598	0.319	42.2	9.8	52.1
9	3.5	0.6	0.000	0.691	0.291	15.9	6.1	22.0
10	4.3	0.7	0.000	0.783	0.295	23.5	9.0	32.5
11	1.3	0.3	0.000	0.604	0.360	2.2	0.9	3.1
12	3.4	0.7	0.160	0.709	0.393	15.0	6.1	21.1
13	10.4	1.7	1.120	0.658	0.296	140.1	46.9	187.0
14	6.7	1.3	0.630	0.548	0.324	58.9	29.2	88.0
15	10.7	1.6	2.240	0.584	0.298	148.6	42.4	191.0
16	8.7	1.9	0.340	0.609	0.356	97.9	51.9	149.8
17	6.3	1.3	0.330	0.626	0.299	52.4	28.8	81.2
18	3.7	0.7	0.000	0.554	0.326	18.0	7.2	25.2
19	6.3	1.0	0.880	0.550	0.263	51.6	19.4	71.0
20	7.7	1.4	0.510	0.616	0.296	76.7	30.8	107.5

# Capitolo 3

## Filmato di caduta massi con prove sperimentali

## Prove sperimentali

- Per calibrare il modello abbiamo eseguito prove di caduta massi nei seguenti luoghi:
  - Bedrina (Airolo) terreno soffice
  - Casletto (Faido) terreno roccioso
  - Sonogno (Valle Verzasca) per studiare il rotolamento di grossi massi

## Spezzoni di filmati

- **Bedrina (Airolo, TI)**
  - Danno del masso [film1](#), [film2](#)
- **Casletto (Faido, TI)**
  - Impatti su roccia [film3](#), [film4](#)
- **Analisi alla moviola**
  - Tecnica d'analisi dei dati [film5](#)
  - Volo [film6](#)
  - Impatti [film7](#), [film8](#), [film9](#)
  - Rotolamento [film10](#)
  - Arresto [film11](#)
- **Simulazioni dopo raccolta dati**
  - Bedrina [film12](#)
  - Piota Negra [film13](#)

## Filmato riassuntivo

- Nel 1985 abbiamo realizzato un filmato riassuntivo per spiegare il modello SASS e le operazioni di taratura del modello

– Durata circa 25 minuti

## Capitolo 4

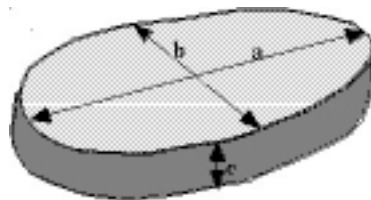
### Dati per la simulazione mediante il modello SASS

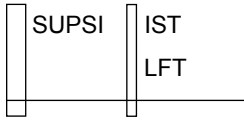
## Informazioni sul pendio

- Il geologo fornisce, su un file testo, la discretizzazione del pendio rilevato:
  - Numero di punti rilevati
  - Coordinate (x,y) di ogni punto
- Descrive poi le caratteristiche geologiche di ogni tratto di pendio allegando un rapporto fotografico

## Descrizione del masso

- Il masso è descritto mediante il suo volume e la sua forma ( $b/a$ ,  $c/a$ )





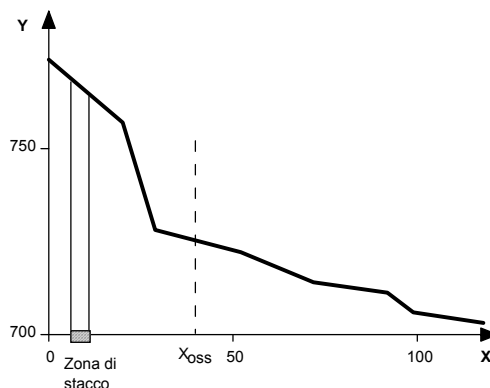
## Parametri per la simulazione

- Si sceglie la zona di stacco dei massi in base alle osservazioni sul terreno
- Si determinano i piani di osservazione interessanti
- Si stabilisce il testo da visualizzare sui disegni (intestazione)
- Si sceglie la scala per le rappresentazioni grafiche



## Rappresentazione del profilo

- Zona di stacco e piano d'osservazione



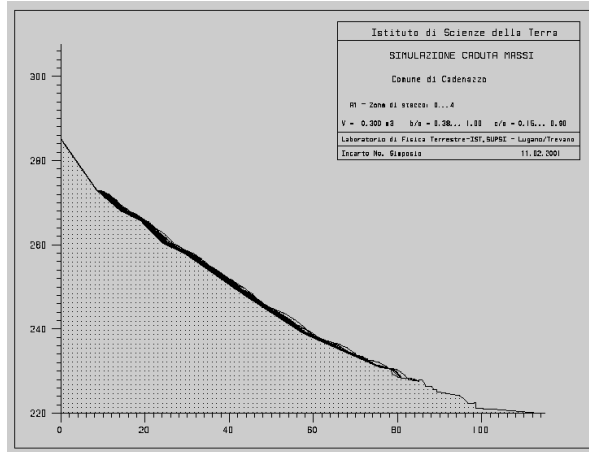
## Esecuzione della simulazione

- Si esegue la simulazione della caduta dei massi lungo il profilo discretizzato
  - Normalmente vengono lasciati cadere 100 massi
- Si analizzano i risultati ottenuti
- In casi particolari si correggono i parametri di simulazione in base alle osservazioni eseguite sul terreno (storia dei massi osservati)

## Stampa dei risultati

- Il modello fornisce:
  - Una rappresentazione grafica delle traiettorie
  - Un istogramma dei punti d'arresto dei massi
  - Istogrammi delle velocità, delle frequenze, delle altezze di volo e delle energie dei massi che attraversano i piani di osservazione

## Pendio A1, Comune di Cadenazzo

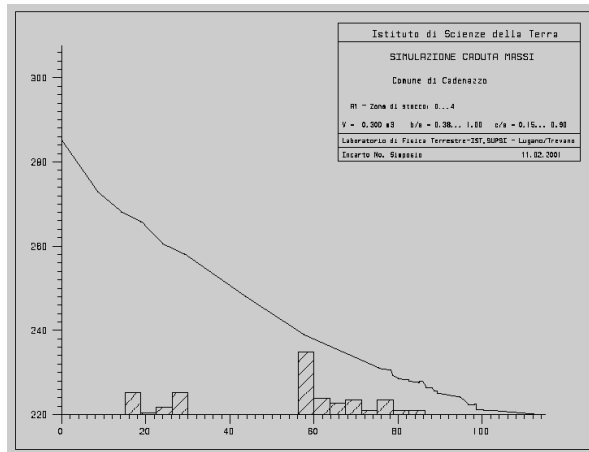


Marzo 2002

Ing. Renato PAMINI

45

## Pendio A1, Comune Cadenazzo Istogrammi punti d'arresto

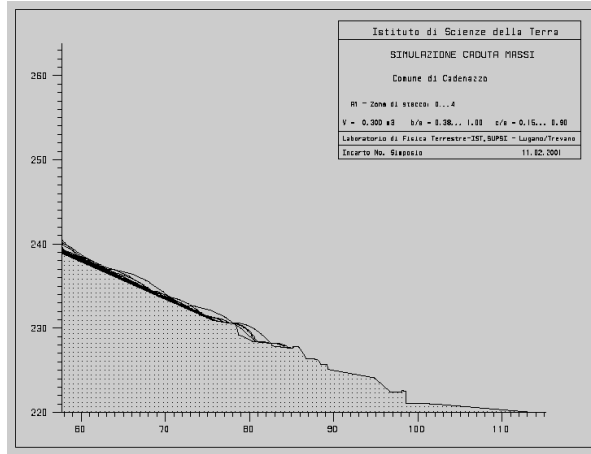


Marzo 2002

Ing. Renato PAMINI

46

## Pendio A1, Comune Cadenazzo Ingrandimento parte bassa

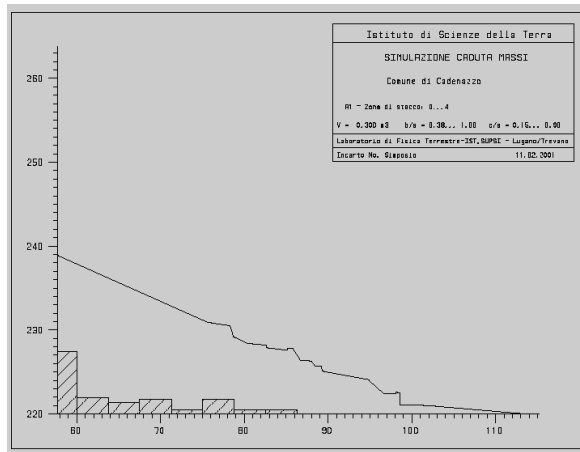


Marzo 2002

Ing. Renato PAMINI

47

## Pendio A1, Comune Cadenazzo Ingrandimento con punti d'arresto



Marzo 2002

Ing. Renato PAMINI

48



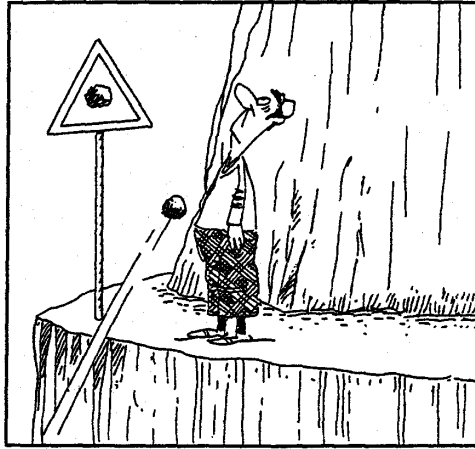
- Gli output ottenuti dal modello vengono raccolti in un rapporto che viene consegnato al committente
- In base ai risultati delle simulazioni si possono decidere gli interventi da effettuare
- Se si decidesse di posare reti protettive è opportuno ripete una simulazione di controllo dell'ubicazione scelta

- <http://a.die.supsi.ch/~pamini/>
  - Relazione sul modello matematico per lo studio di caduta massi (SASS)
- **Dati richiesti per poter eseguire una simulazione**
  - La pagina informa il cliente sui dati richiesti per la simulazione
  - Per semplificare la descrizione del pendio abbiamo catalogato i principali terreni (vedi tabella sul Web)

# Conclusione

- Il modello matematico è utile quando si vuole determinare la probabilità di arrivo di massi in un dato punto del pendio
- Per fornire informazioni sufficientemente attendibili, il modello necessita di una scelta accurata dei parametri del pendio (analisi parametrica)

## Caso non contemplato nel modello!!



## Ringraziamenti

- Ringrazio la sala per l'attenzione prestata
- Resto a disposizione per eventuali domande

Laboratorio di Fisica Terrestre  
IST - SUPSI, Lugano-Trevano